МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГОХОЗЯЙСТВА РФ

ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО – ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ

ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

ФГОУ ВПО «ПРИМОРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И БИЗНЕСА

**Реферат**

**Тема: «Функция»**

Выполнил: Ярмонтович Д.А.

Проверила:

**УССУРИЙСК 2006**

***СОДЕРЖАНИЕ***

***введение***

**К элементарным функциям относятся рациональные, степенные, показательная и логарифмические функции, а также тригонометрические и обратные тригонометрические функции. К классу элементарных функций, кроме того, относят также сложные функции, образованные из перечисленных выше элементарных функций.**

**Функция-**зависимость переменной **у** от переменной **x,**если каждому значению **х** соответствует единственное значение **у**.

**Переменная х -**независимая переменная или аргумент.

**Переменная у -** зависимая переменная

**Значение функции -**значение **у**, соответствующее заданному значению **х**.

**Область определения функции-** все значения, которые принимает независимая переменная.

**Область значений функции (множество значений)-** все значения, которые принимает функция.

**Функция является четной -** если для любого **х** из области определения функции выполняется равенство **f(x)=f(-x)**

**Функция является нечетной -**если для любого **х** из области определения функции выполняется равенство **f(-x)=-f(x)**

**Возрастающая функция -**если для любых **х1**и **х2,**таких, что **х1< х2**, выполняется неравенство **f(х1)<f(х2)**

**Убывающая функция -**если для любых **х1**и **х2,**таких, что **х1< х2**, выполняется неравенство **f(х1)>f(х2)**

***Линейная функция.***

Это функция вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m797f0a60.png. Число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m28893dab.pngназывается *угловым коэффициентом*, а число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/263bb76a.png -*свободным членом*. Графиком https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/52a6b4aa.pngлинейной функции служит прямая на координатной плоскости https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4bbcc05c.png, не параллельная оси https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4f37892f.png.

Угловой коэффициент https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m28893dab.pngравен тангенсу угла https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.pngнаклона графика https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/52a6b4aa.pngк горизонтальному направлению - положительному направлению оси https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m61a37a7c.png.

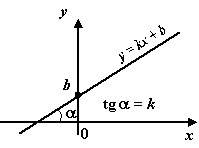


График линейной функции - прямая

Область определения – все действительные числа.

Область значений – все действительные числа.

Если k=0, то график будет параллелен оси абсцисс и будет проходить через точку (0; b).

Линейная функция ни четная ни нечетная.

Функция возрастает если k>0,

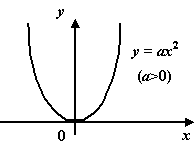
Функция убывает если k<0.

Функция непрерывна.

***Квадратичная функция.***

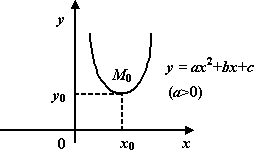
Это функция вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m68014e58.png,

Графиком https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/52a6b4aa.pngквадратичной функции служит *парабола* с осью, параллельной оси https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4f37892f.png. При https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/mfd4b94f.pngвершина параболы оказывается в точке https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4e445d3f.png.



Парабола https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7be8d528.png(https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4e0669e1.png)

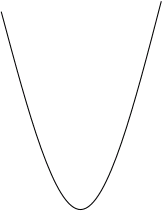
В общем случае вершина лежит в точке https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m7454f613.png. Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4e0669e1.png, то "рога" параболы направлены вверх, если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/14a0296b.png, то вниз.



.Парабола с вершиной в точке https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/59b56edb.png(https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4e0669e1.png)

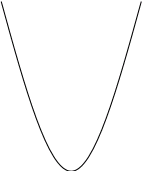
Область определения квадратичной функции – вся числовая прямая.

При *b*≠0 функция не является четной и не является нечетной. При *b*=0 квадратичная функция – четная.

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/57af3f92.gif  


f(x) = x2

y

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m12773fce.gif  
https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/24f4887e.gif  
https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m77601165.gif  


f(x) = (x+1/2)2

Квадратичная функция непрерывна и дифференцируема во всей области определения.

Функция имеет единственную критическую точку

*x=-b/(2a)*. Если *a*>0, то в точке *x=-b/(2a)* функция имеет минимум. При *x<-b/(2a)*функция монотонно убывает, при *x>-b/(2a)* монотонно возрастает.

Если *а*<0, то в точке *x=-b/(2a)* функция имеет максимум. При *x<-b/(2a)* функция монотонно возрастает, при *x>-b/(2a)* монотонно убывает.

Точка графика квадратичной функции с абсциссой *x=-b/(2a)* и ординатой *y= -((b2-4ac)/4a)* называется *вершиной параболы*.

Область изменения функции: при *a*>0 – множество значений функции *[-((b2-4ac)/4a); +∞)*; при *a*<0 – множество значений функции *(-∞;-((b2-4ac)/4a)]*.

График квадратичной функции пересекается с осью *0y* в точке *y=c*. В случае, если *b2-4ac>0*, график квадратичной функции пересекает ось *0x* в двух точках (различные действительные корни квадратного уравнения); если *b2-4ac=0* (квадратное уравнение имеет один корень кратности 2), график квадратичной функции касается оси *0x*в точке *x=-b/(2a)*; если *b2-4ac<0*, пересечения с осью *0x* нет.

Из представления квадратичной функции в виде (1) также следует, что график функции симметричен относительно прямой *x=-b/(2a)* – образа оси ординат при параллельном переносе *r=(-b/(2a); 0)*.

График функции

*f(x)=ax2+bx+c*

(или *f(x)=a(x+b/(2a))2-(b2-4ac)/(4a))* может быть получен из графика функции *f(x)=x2* *следующими преобразованиями:*

а) параллельным переносом *r=(-b/(2a); 0)*;

б) сжатием (или растяжением) к оси абсцисс в *а* раз;

в) параллельным переносом *r=(0; -((b2-4ac)/(4a)))*.

***Степенная функция.***

Это функция вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/71bee2bf.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4081e722.png. Рассматриваются такие случаи:

а). Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/725e8124.png, то https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3265ffd2.png. Тогда https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m37c68935.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2fbb2234.png; если число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png - чётное, то и функция https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m62663007.png - чётная (то есть https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m46823850.pngпри всех https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m467156c.png); если число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png - нечётное, то и функция https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m62663007.png- нечётная (то естьhttps://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/5f1dcdfd.pngпри всех https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m467156c.png).

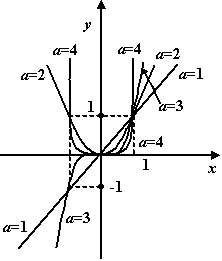


График степенной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/6f0e2557.png

б) Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7de731b2.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3d163385.png, то https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/8cfc42.png. Ситуация с чётностью и нечётностью при этом такая же, как и дляhttps://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7eed37b8.png: если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png - чётное число, то и https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4bc41763.png- чётная функция; если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png - нечётное число, то и https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/29f3a16d.png - нечётная функция.

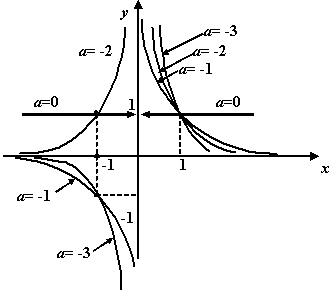


График степенной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/333a4d78.png

Снова заметим, что https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2fbb2234.pngпри всех https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png. Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/mbc39d58.png, то https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m43c67aee.pngпри всех https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m251d1a46.png, кроме https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/418309a6.png(выражение https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2b68c93a.pngне имеет смысла).

в). Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m151de698.png - не целое число, то, по определению, при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7eed37b8.png: https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/3b2a2452.png; тогда https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m37c68935.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2fbb2234.png.

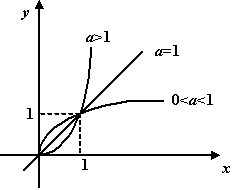


График степенной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7eed37b8.png

При https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2df342fb.png, по определению, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m5e8e4a3d.png; тогда https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2fbb2234.png.

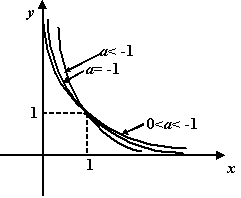


График степенной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2df342fb.png

Область определения степенной функции – множество всех положительных чисел.

Область значения степенной функции – множество всех положительных чисел.

Степенная функция непериодична, не является четной и не является нечетной.

Степенная функция непрерывна во всей области определения.

Степенная функция дифференцируема во всей области определения, и ее производная вычисляется по формуле

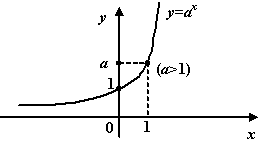
*(xα)′= α.xα-1.*

Степенная функция *xα*монотонно возрастает во всей области определения при *α*<0.

При *α*<0 и *α*>1 график степенной функции направлен вогнутостью вверх, а при 0<*α*<1 – вогнутостью вниз.

***Показательная функция (экспонента).***

Это функция вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/5ab24461.png(https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4e0669e1.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2de41854.png). Для неё https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3265ffd2.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3de25b96.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/6280a322.png, и при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/40251576.pngграфик имеет такой вид:



.График показательной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/40251576.png

При https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m1a8355fe.pngвид графика такой:

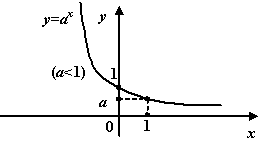


Рис.1.20.График показательной функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m1a8355fe.png

Число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/79b0523a.png называется *основанием* показательной функции. Область определения функции – вся числовая прямая.

Область значения функции – множество всех положительных чисел.

Функция непрерывна и дифференцируема во всей области определения. Производная показательной функции вычисляется по формуле

(*a*x)′ =*a*xln*a*

При *а*>1 функция монотонно возрастает, при *а*<1 монотонно убывает.

Показательная функция имеет обратную функцию, называемую логарифмической функцией.

График любой показательной функции пересекает ось *0y* в точке *y*=1.

График показательной функции – кривая, направленная вогнутостью вверх.

***Логарифмическая функция.***

Это функция вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4bcdd65d.png(https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4e0669e1.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m2de41854.png). Для неё https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m5e8e4a3d.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m259ff093.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/33514178.png, и приhttps://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/40251576.pngграфик имеет такой вид:

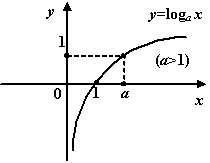


График логарифмической функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/40251576.png

При https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m1a8355fe.pngграфик получается такой:

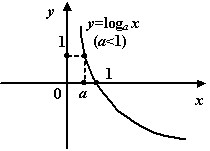


График логарифмической функции при https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m1a8355fe.png

Число https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/79b0523a.pngназывается *основанием* логарифма. Обратим внимание читателя на то, что с точностью до поворотов и симметричных отражений на последних четырёх чертежах изображена одна и та же линия. Область определения логарифмической функции – промежуток (0; +∞).

Область значения логарифмической функции – вся числовая прчмая.

Логарифмическая функция непрерывна и дифференцируема во всей области определения. Производная логарифмической функции вычисляется по формуле

*(loga x)′ = 1/(x ln a).*

Логарифмическая функция монотонно возрастает, если *а*>1. При 0<*a*<1 логарифмическая функция с основанием *а*монотонно убывает.

При любом основании *a*>0, *a*≠1, имеют место равенства

*loga1 = 0, logaa =1.*

При *а*>1 график логарифмической функции – кривая, направленная вогнутостью вниз; при 0<*a*<1 – кривая, направленная вогнутостью вверх.

***тригонометрические функции***

Функции *sin α, cos α, tg α, ctg α* называются *тригонометрическими функциями* угла α. Кроме основных тригонометрических функций sin α, cos α, tg α, ctg α.

***Функция синус***

***.***

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m5bbef47f.png. Для неё https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3265ffd2.png; функция периодична с периодом https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/41d78bfd.pngи нечётна. Её график таков:

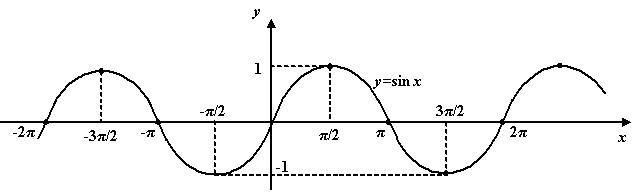


График функции https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m22fab423.png 

*Синусом* числа *х* называется число, равное синусу угла в радианах.

Область определения – множество всех действительных чисел.

Область значения – промежуток [-1; 1].

Функцияsin х – нечетная: sin (-х)=- sin х.

Функция sin х – периодическая. Наименьший положительный период равен 2π:

sin (х+2π)= sin х.

Нули функции: sin х=0 при x=π*n, n*∈ **Z**.

Промежутки знакопостоянства:

sin х>0 при x ∈ (2π*n*; π+2π*n*), *n*∈ **Z**,

sin х<0 при x ∈ (π+2π*n*; 2π+2π*n*), *n*∈ **Z**.

Функция sin х непрерывна и имеет производную при любом значении аргумента:

(sin х)′ =cos x.

Функция sin х возрастает при x∈ ((-π/2)+2π*n;*(π/2)+2π*n*), *n*∈ **Z**,

и убывает при x∈ ((π/2)+2π*n*; ((3π)/2)+ 2π*n*),*n*∈ **Z**.

Функция sin х имеет минимальные значения, равные –1, при х=(-π/2)+2π*n*, *n*∈ **Z**, и максимальные значения, равные 1, при х=(π/2)+2π*n*, *n*∈ **Z**.

***Функция косинус.***

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7fa16aa6.png. Эта функция связана с синусом формулой приведения: https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/6a23163e.png; https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3265ffd2.png; период функции https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/46313be2.pngравен https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/41d78bfd.png; функция https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/46313be2.pngчётна. Её график таков:

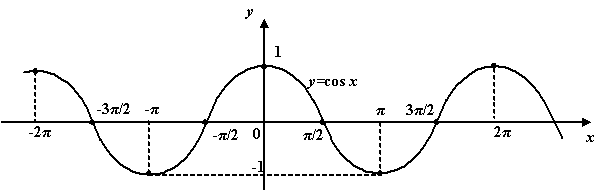


График функции https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/13a4d8c1.png Область определения – множество всех действительных чисел.

Область значения – промежуток [-1; 1].

Функцияcos х – четная: cos (-х)=cos х.

Функция cos х – периодическая. Наименьший положительный период равен 2π:

cos (х+2π)= cos х.

Нули функции: cos х=0 при x=(π/2)+2π*n, n*∈ **Z**.

Промежутки знакопостоянства:

cos х>0 при x ∈ ((-π/2)+2π*n;*(π/2)+2π*n*)), *n*∈ **Z**,

cos х<0 при x ∈ ((π/2)+2π*n*); ((3π)/2)+ 2π*n*)), *n*∈ **Z**.

Функция cos х непрерывна и дифференцируема при любом значении аргумента:

(cos х)′ =-sin x.

Функция cos х возрастает при x∈ (-π+2π*n;*2π*n*), *n*∈ **Z**,

и убывает при x∈ (2π*n*; π+ 2π*n*),*n*∈ **Z**.

Функция cos х имеет минимальные значения, равные –1, при х=π+2π*n*, *n*∈ **Z**, и максимальные

***Функция тангенс.***

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m79144722.png(в англоязычной литературе обозначается также https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2da8c8e9.png). По определению, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m6a427316.png. Функция https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m49a12fa6.pngнечётна и периодична с периодом https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m12ba4636.png;

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2dfeab3e.png

то есть https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m251d1a46.pngне может принимать значений https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m6a55de62.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/98014f1.png, при которых https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/13a4d8c1.png(стоящий в знаменателе) обращается в ноль.

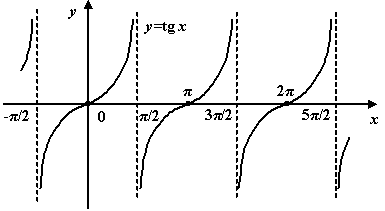


График функции https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/7f38d0f0.png Область определения функции – множество всех действительных чисел, кроме числа х=π/2+π*n*, *n*∈ **Z**.

Область значения – множество всех действительных чисел.

Функцияtg х – нечетная: tg (-х)=- tg х.

Функция tg х – периодическая. Наименьший положительный период функции равен π:

tg (х+π)= tg х.

Нули функции: tg х=0 при x=π*n, n*∈ **Z**.

Промежутки знакопостоянства:

tg х>0 при x ∈ (π*n*; (π/2)+π*n*), *n*∈ **Z**,

tg х<0 при x ∈ ((-π/2)+π*n*; π*n*), *n*∈ **Z**.

Функция tg х непрерывна и дифференцируема при любом значении аргумента из области определения:

(tg х)′ =1/cos2x.

Функция tg х возрастает в каждом из промежутков ((-π/2)+π*n;*(π/2)+π*n*), *n*∈ **Z**,

***Функция котангенс.***

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/4d6b349e.png(в англоязычной литературе также https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/1fa560cf.png). По определению, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3fa2338e.png. Если https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/2d2335a3.png( https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/98014f1.png), то https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m269ef618.png. Функция https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m3db16961.pngнечётна и периодична с периодом https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m12ba4636.png;

https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m7142bfae.png

то есть https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m251d1a46.pngне может принимать значения вида https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m653df2c4.png, https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/98014f1.png, при которых https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m22fab423.pngобращается в 0.

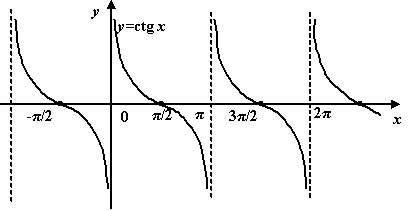


График функции https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/mcfa98c3.png Область определения функции – множество всех действительных чисел, кроме чисел вида х=π*n*, *n*∈ **Z**.

Область значения – множество всех действительных чисел.

Функциясtg х – нечетная: сtg (-х)=- сtg х.

Функция сtg х – периодическая. Наименьший положительный период функции равен π:

сtg (х+π)= ctg х.

Нули функции: ctg х=0 при x=(π/2)+π*n, n*∈ **Z**.

Промежутки знакопостоянства:

ctg х>0 при x ∈ (π*n*; (π/2)+π*n*), *n*∈ **Z**,

ctg х<0 при x ∈ ((π/2)+π*n*; π(*n*+1)), *n*∈ **Z**.

Функция ctg х непрерывна и дифференцируема при любом значении аргумента из области определения:

(ctg х)′ =-(1/sin2x).

Функция ctg х убывает в каждом из промежутков (π*n;*π(*n*+1)), *n*∈ **Z**.

***Обратные тригонометрические функции.***

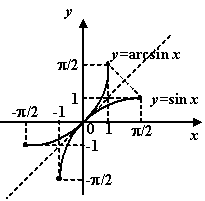
Это функции арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс. Они определяются как функции, обратные к **главным ветвям** синуса, косинуса, тангенса и котангенса соответственно.

***Arcsin x :***

Область определения – [-1; 1].

Область значений – [-П\2; п\2].

Монотонно возрастающая функция. (рис. 12)



Графики главной ветви https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/3c65b502.pngи https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/58eaf956.png

***Arctg x :***

Область определений – R.

Область значений - интервал (-П\2; П\2).

Монотонно возрастающая функция.

прямые у=-П\2 и у=П\2 – горизонтальные асимптоты.(рис. 13)



Графики главной ветви https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m49a12fa6.pngи https://works.doklad.ru/images/NfvciVi4Lbk/m4b793fba.png

**Список использованной литературы**

Ш. А. Алимов «Алгебра», М., 1981 г.

А. Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа», М., 1991 г.